吉首大学硕士研究生入学考试自命题考试大纲

考试科目代码：[601]　　　　　　考试科目名称：高等数学

一、考试形式与试卷结构

1) 试卷成绩及考试时间

本试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

2)答题方式：闭卷、笔试

二、考试内容与考试要求

1、函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法；函数的有界性(有界和收敛的关系 存在正数 M 使 f(x)<M 恒成立则有界，不存在 M 则无界，注意与无穷大的区别-如振荡型函数)、单调性、周期性(注意周期函数的定积分性质)和奇偶性(奇偶性的前提是定义域关于原点对称)；复合函数(两个函数的定义域值域之间关系)、反函数(函数必须严格单调，则存在单调性相同的反函数且与其原函数关于 y=x 对称)；基本初等函数的性质及其图形；初等函数函数关系的建立(应用题)；数列极限(转化为函数极限、单调有界、定积分)与函数极限(四则变换、无穷小代换、积分中值定理、洛必塔法则)；函数的左极限与右极限(注意正负号)；无穷小(以零为极限)和无穷大(大于任意正数)的概念及其关系；无穷小的性质(和性质、积性质)及无穷小的比较(求导定阶)；极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则；两个重要极限：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$$

函数连续的概念(点极限存在且等于函数值)；初等函数的连续性；闭区间上连续函数的性质(零点定理、中值定理) 。

考试要求

（1）理解函数的概念，掌握函数的表示法，并会建立简单应用问题中的函数关系式。

（2）了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。

（3）理解复合函数及分段函数的概念。

（4）理解极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念，以及函数极限存在与左、右极限之间的关系。

（5）掌握极限的性质及四则运算法则。

（6）掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法。

（7）理解无穷小、无穷大的概念，掌握无穷小的比较方法，会用等价无穷小求极限。

（8）理解函数连续性的概念。

（9）了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、中值定理），并会应用这些性质。

2、一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念；导数的几何意义和物理意义；函数的可导性与连续性之间的关系；平面曲线的切线和法线；导数和微分的四则运算；基本初等函数的导数；复合函数、反函数的微分；高阶导数；一阶微分形式的不变性；微分中值定理；洛必达法则；函数单调性的判别；函数的极值；函数图形的凹凸性、拐点及渐近线；函数的最大值与最小值；弧微分。

考试要求

（1）理解导数和微分的概念，理解导数与微分的关系，理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，了解导数的物理意义，会用导数描述一些物理量，理解函数的可导性与连续性之间的关系。

（2）掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，掌握基本初等函数的导数公式。了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性，会求函数的微分。

（3）了解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数。

（4）会求分段函数的导数。

（5）理解并会用拉格朗日(Lagrange)中值定理和泰勒(Taylor)定理，了解并会用柯西(Cauchy)中值定理。

（6）掌握用洛必达法则求未定式极限的方法。

（7）理解函数的极值概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法，掌握函数最大值和最小值的求法及其应用。

（8）会用导数判断函数图形的凹凸性（注：在区间(a,b)内，设函数$f(x)$具有二阶导数。当$f''(x)>0$时，$f(x)$的图形是凹的；当$f''(x)<0$时，$f(x)$的图形是凸的），会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线。

3、一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念；不定积分的基本性质；基本积分公式；定积分的概念和基本性质；定积分中值定理；不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法；有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分；定积分的应用。

考试要求

（1）理解原函数的概念，理解不定积分和定积分的概念。

（2）掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理，掌握换元积分法与分部积分法。

（3）会求有理函数、三角函数有理式和简单无理函数的积分。

（4）掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量（平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、功、引力、压力、质心、形心等）及函数的平均值。

4、向量代数和空间解析几何

考试内容

向量的概念；向量的线性运算；向量的数量积和向量积；向量的混合积；两向量垂直、平行的条件；两向量的夹角；向量的坐标表达式及其运算；单位向量方向数与方向余弦；曲面方程和空间曲线方程的概念；平面方程；直线方程；平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件；点到平面和

点到直线的距离；球面；柱面；常用的二次曲面方程及其图形；空间曲线的参数方程和一般方程。

考试要求

（1）理解空间直角坐标系，理解向量的概念及其表示。

（2）掌握向量的运算（线性运算、数量积、向量积、混合积），了解两个向量垂直、平行的条件。

（3）理解单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式，掌握用坐标表达式进行向量运算的方法。

（4）掌握平面方程和直线方程及其求法。

（5）会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角，并会利用平面、直线的相互关系（平行、垂直、相交等）解决有关问题。

（6）会求点到直线以及点到平面的距离。

（7）了解曲面方程和空间曲线方程的概念。

（8）了解常用二次曲面的方程及其图形，会求简单的柱面和旋转曲面的方程。

5、多元函数微分学

考试内容

多元函数的概念；二元函数的几何意义；二元函数的极限与连续的概念；有界闭区域上多元连续函数的性质；多元函数的偏导数和全微分；全微分存在的必要条件和充分条件；多元复合函数的求导法；二阶偏导数；空间曲线的切线和法平面；曲面的切平面和法线；多元函数的极值和条件极值；多元函数的最大值、最小值及其简单应用。

考试要求

（1）理解多元函数的概念，理解二元函数的几何意义。

（2）了解二元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质。

（3）理解多元函数偏导数和全微分的概念，会求全微分。

（4）掌握多元复合函数一阶偏导数的求法。

（5）了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念，会求它们的方程。

6、多元函数积分学

考试内容

二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用；两类曲线积分的概念、性质及计算；两类曲线积分的关系；格林（Green）公式；平面曲线积分与路径无关的条件；二元函数全微分的原函数；两类曲面积分的概念、性质及计算；两类曲面积分的关系；高斯（Gauss）公式；曲线积分和曲面积分的应用。

考试要求

（1）理解二重积分、三重积分的概念，了解重积分的性质，了解二重积分的中值定理。

（2）掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标），会计算简单的三重积分（直角坐标、球面坐标）。

（3）理解两类曲线积分的概念，了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系。

（4）掌握计算两类曲线积分的方法。

（5）了解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分的关系，掌握计算两类曲面积分的方法，掌握用高斯公式计算曲面积分的方法。

（6）会用重积分、曲线积分及曲面积分求一些几何量与物理量（平面图形的面积、体积、曲面面积、弧长、质量、质心、形心、转动惯量、引力、功及流量等）。

7、无穷级数

考试内容

常数项级数的收敛与发散的概念；收敛级数的和的概念；级数的基本性质与收敛的必要条件；几何级数与 p 级数及其收敛性；正项级数收敛性的判别法；任意项级数的绝对收敛与条件收敛；函数项级数的收敛域与和函数的概念；幂级数及其收敛半径、收敛区间（指开区间）和收敛域；幂级数在其收敛区间内的基本性质；初等函数的幂级数展开式。

考试要求

（1）理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念，掌握级数的基本性质及收敛的必要条件。

（2）掌握几何级数与 p 级数的收敛与发散的条件。

（3）掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法，会用根值判别法。

（4）了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系。

（5）了解函数项级数的收敛域及和函数的概念。

（6）理解幂级数收敛半径的概念、并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法。

（7）了解幂级数在其收敛区间内的基本性质（和函数的连续性、逐项求导和逐项积分），会求一些幂级数在收敛区间内的和函数，并会由此求出某些数项级数的和。

（8）掌握 e^x， $\sin x$， $\cos x$， $\ln(1+x)$ 及 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林（Maclaurin）展开式，会用它们将一些简单函数间接展开为幂级数。

8、常微分方程

考试内容

常微分方程的基本概念；变量可分离的微分方程；齐次微分方程；一阶线性微分方程；伯努利（Bernoulli）方程；全微分方程；可用简单的变量代换求解的某些微分方程；线性微分方程解的性质及解的结构定理。

考试要求

（1）了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念。

（2）掌握变量可分离的微分方程及一阶线性微分方程的解法。

（3）会解齐次微分方程、伯努利方程和全微分方程，会用简单的变量代换解某些微分方程。

（4）会用降阶法解下列形式的微分方程：

$y^{(n)}=f(x), y''=f(x,y')$ 和 $y''=f(y,y')$.

（5）理解线性微分方程解的性质及解的结构。

（6）会用微分方程解决一些简单的应用问题。

三、参考书目

同济大学数学系编. 高等数学（第六版）. 高等教育出版社.